受験番号			

1　次の問いに答えよ．ただし，解答欄に答えのみ書きなさい．

(1)　$(3a+2b)(3a-2b)$ を展開せよ。

$9a^2-4b^2$

(2)　x^4-5x^2-36 を因数分解せよ。

$(x^2+4)(x+3)(x-3)$

(3)　循環小数 $0.\dot{3}\dot{6}$ を分数の形で表せ。

$\frac{4}{11}$

(4)　$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$ を計算せよ。

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$

(5)　x は実数とする。2 つの集合 $A=\{x \mid -2 \leqq x \leqq 3\}$，$B=\{x \mid x>-1\}$ について，

$\overline{A} \cup \overline{B}=\left\{x \mid \boxed{}\right\}$ である。$\boxed{}$ にあてはまる x の範囲を求めよ。

$x \leqq -1,\ 3<x$

(6)　$-2x+12<3x+5<3a-1$ を満たす整数 x が 3 つだけになるような a の値の範囲を求めよ。

$6<a \leqq 7$

(7)　x は実数とする。「$|x-2|<1$ は $\boxed{}$ であるための十分条件である」が成り立つとき，

$\boxed{}$ に入るものを次の①～⑥の中からすべて選べ。

① $x>0$　② $x>2$　③ $x>4$

④ $x<0$　⑤ $x<2$　⑥ $x<4$

①，⑥

受験番号			

(8) a は正の定数とする。関数 $y=ax^2-2ax-1$ $(-1\leqq x\leqq 2)$ の値域が $b\leqq y\leqq 5$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

$a=$ 2　，$b=$ -3

(9) 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフの頂点が$(2, 5)$で，点$(1, 3)$を通るとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

$a=-2$　，$b=8$　，$c=-3$

(10) $\sin^2 30°+\sin^2 40°+\sin^2 50°$ の値を求めよ。

$\dfrac{5}{4}$

(11) △ABCにおいて，$\mathrm{AC}=2\sqrt{6}$，$\angle\mathrm{B}=60°$，$\angle\mathrm{C}=45°$ のとき，辺ABの長さを求めよ。

AB＝　4

(12) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，$\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ の値を求めよ。

-8

(13) 10個の値からなる変量 x があり，そのうちの6個については平均値が8，分散が4であり，残りの4個については平均値が3，分散が2である。

（i）全体の平均値 $\overline{x}$ を求めよ。

$\overline{x}=$　6

（ii）全体の分散 s^2 として適当なものを次の①～③の中から１つ選べ。

①　$0<s^2<2$　　②　$2\leqq s^2\leqq 4$　　③　$s^2>4$

③

受験番号			

2　a は定数とする。関数 $f(x)=x^2-2ax+2a+3$ について，次の問いに答えよ。

(1)　2次関数 $y=f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(2)　すべての実数 x について，常に $f(x)>0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

(3)　$0 \leqq x \leqq 4$ において，常に $f(x)>0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

解答欄（答えを求めるまでの過程も書く）

(1)　$f(x)=(x-a)^2-a^2+2a+3$

よって　頂点$(a,\ -a^2+2a+3)$　答

(2)　**(頂点の y 座標)**>0　**より**

$-a^2+2a+3>0$

$a^2-2a-3<0$

$(a+1)(a-3)<0$

よって　$-1<a<3$　答

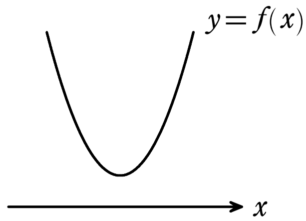
(別)　$f(x)=0$ **の判別式を**D**として**　$D/4<0$**より**

$(-a)^2-1\cdot(2a+3)<0$

$a^2-2a-3<0$

$(a+1)(a-3)<0$

よって　$-1<a<3$　答



(3)　$y=f(x)$ は下に凸の放物線で，(1) より　軸は $x=a$ である。

$0 \leqq x \leqq 4$ において，常に $f(x)>0$ が成り立つとき

$0 \leqq x \leqq 4$ における $y=f(x)$ の最小値が0より大きくなればよい。

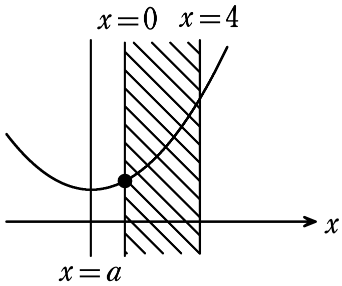
(i)　$a<0$ のとき

$x=0$ で $f(x)$ は最小値をとるので　$f(0)>0$ より

$2a+3>0$

$a>-\dfrac{3}{2}$

$a<0$ より　$-\dfrac{3}{2}<a<0$



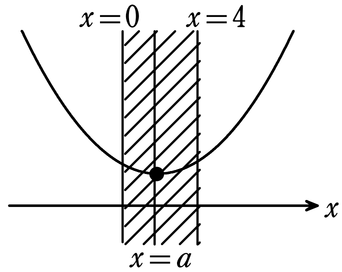
(ii)　$0 \leqq a \leqq 4$ のとき

$x=a$ で $f(x)$ は最小値をとるので　$f(a)>0$ より

$-a^2+2a+3>0$

(2) より　$-1<a<3$

$0 \leqq a \leqq 4$ より　$0 \leqq a<3$



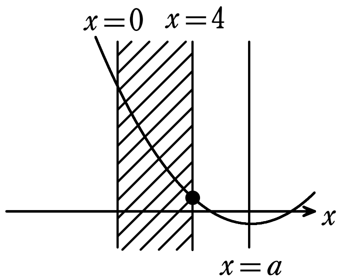
(iii)　$a>4$ のとき

$x=4$ で $f(x)$ は最小値をとるので　$f(4)>0$ より

$16-8a+2a+3>0$

$a<\dfrac{19}{6}$

$a>4$ をみたす a は存在しないので不適



(i)～(iii) より　$-\dfrac{3}{2}<a<3$　答

受験番号			

$\boxed{3}$ AB=8，AC=9，$\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ の鋭角三角形 ABC において，辺AB，AC上にそれぞれ点 P，Q をとり，AP$=x$，AQ$=y$ とする。次の問いに答えよ。

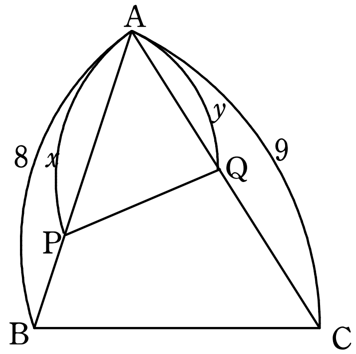
(1)　△ABC の面積 S を求めよ。

(2)　辺 BC の長さを求めよ。

(3)　△APQ の周の長さと 四角形 PBCQ の周の長さが等しいとき，y を x の式で表せ。

(4)　(3) のとき，さらに △APQ の面積と 四角形 PBCQ の面積が等しいとする。このとき，x の値を求めよ。

解答欄（答えを求めるまでの過程も書く）



(1)　$S=\dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 9\cdot \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$=12\sqrt{5}$　　答

(2)　△ABC は鋭角三角形であるから　$0°<A<90°$

$\cos A>0$ より

$$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\sqrt{1-\frac{5}{9}}=\frac{2}{3}$$

△ABC において余弦定理より

$$BC^2=8^2+9^2-2\cdot 8\cdot 9\cdot \frac{2}{3}=49$$

$BC>0$ より　$BC=7$　　答

(3)　△APQ の周の長さと四角形 PBCQ の周の長さが等しいとき

AP+AQ+PQ=PQ+PB+BC+CQ より

$x+y+PQ=(8-x)+(9-y)+7+PQ$

$x+y=(8-x)+7+(9-y)$

$2x+2y=24$

$x+y=12$

$y=12-x$　　答

(4)　△APQ の面積と四角形 PBCQ の面積が等しいとき

$2\times$△APQ$=$△ABC より

$$2\times\frac{1}{2}\cdot x\cdot y\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}=12\sqrt{5}$$

これを整理すると　$xy=36$

(3) のとき　$y=12-x$ であるから

$x(12-x)=36$

$x^2-12x+36=0$

$(x-6)^2=0$

$x=6$　　答

(別)　△APQ$=\dfrac{1}{2}xy\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{6}xy$

(四角形PBCQの面積)$=$△ABC$-$△APQ

$=12\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{6}xy$

よって　$\dfrac{\sqrt{5}}{6}xy=12\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{6}xy$

これを整理すると　$xy=36$

(以下、左と同様)