

受験番号			

1 次の各問いに答えよ。ただし、解答欄に答えのみ書きなさい。

(1)  $(x^2 - x - 1)(x^2 - x + 3)$  を展開せよ。

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

(2)  $2x^2 + 7xy - 4y^2$  を因数分解せよ。

$$(2x - y)(x + 4y)$$

(3)  $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  のとき,  $x^2 + y^2$  の値を求めよ。

$$20$$

(4) 不等式  $\frac{n+1}{7} + n \leq \frac{3(n-1)}{2}$  を満たす最小の自然数  $n$  の値を求めよ。

$$n = 5$$

(5) 実数  $a$  は  $a \geq -\frac{3}{2}$  を満たす定数とする。

$|x - a| \leq 2a + 3$  であることは,  $\frac{x+3a}{5} < \frac{2x+1}{3}$  であるための十分条件であるとき, 定数  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。

$$-\frac{3}{2} \leq a < -1$$

(6)  $x$  を実数とする。2つの集合  $A = \{x \mid |x| < k\}$ ,  $B = \{x \mid -5x - 12 < x\}$  について,  $\overline{A} \cup \overline{B} = \{x \mid x \leq -2, 3 \leq x\}$  となるように, 正の定数  $k$  の値を求めよ。

$$k = 3$$

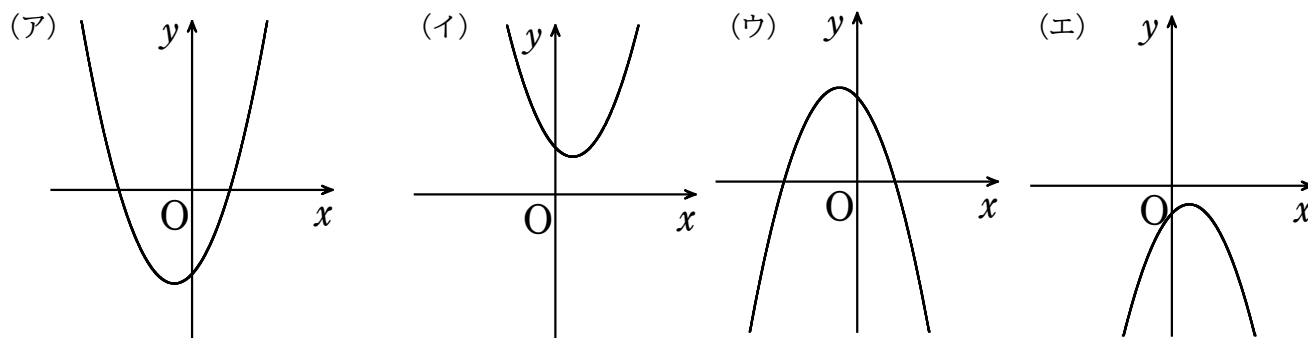
(7) 2次関数  $y = x^2 + mx + m + 8$  のグラフが  $x$  軸に接するとき,  $m$  の値を求めよ。

$$m = 8, -4$$

受験番号			

(8)  $a > 0, b < 0$  とする。放物線  $y = ax^2 + 2ax + b \dots \textcircled{1}$  について、次の問いに答えよ。

(i) 放物線 $\textcircled{1}$ として適当なものを下の(ア)～(エ)の中から1つ選べ。



(ア)

(ii)  $b = -2$  のとき、放物線 $\textcircled{1}$ の頂点が直線  $y = 2x - 3$  上にあった。定数  $a$  の値を求めよ。

$a = 3$

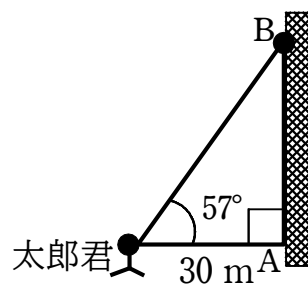
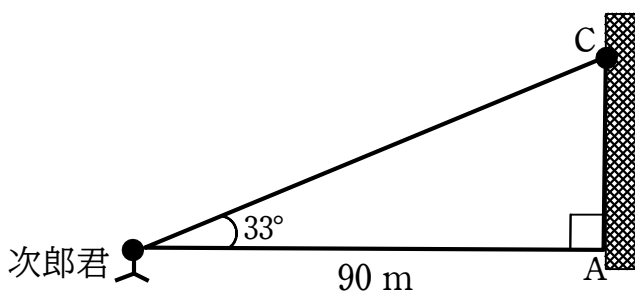
(9)  $a$  を正の定数とすると、2次不等式  $2x^2 + ax - 3a^2 \geq 0$  を満たす  $x$  の値の範囲を求めよ。

$x \leq -\frac{3}{2}a, a \leq x$

(10) 太郎君と次郎君は、高層マンションに住む友人の花子さんのところに遊びに行くことになった。2人は、花子さんが住むマンションの入口から真西にのびる同じ一本道を、右端の壁沿いに歩いてマンションに向かっていく。先に向かった太郎君はマンションから30mの地点で正面方向仰角 $57^\circ$ でマンションのベランダに人の姿Bを見た。ちょうど同時刻に次郎君はマンションから90mの地点で正面方向仰角 $33^\circ$ でマンションのベランダに人の姿Cを見た。このときに当てはまる状況として正しいものを $\textcircled{1}$ ～ $\textcircled{4}$ のうちから選べ。

※ただし、太郎君と次郎君の身長は全く同じである。

必要ならば  $\sin 33^\circ = 0.5446$  ,  $\cos 33^\circ = 0.8387$  ,  $\tan 33^\circ = 0.6494$  を用いよ。



- ① BとCは同一人物である。
- ② BとCは違う人物であり、Bの方がCより上の階にいる。
- ③ BとCは違う人物であり、Cの方がBより上の階にいる。
- ④ 太郎と次郎の証言だけでは、BとCが同一人物か違う人物か判断できない。

③

受験番号			

(11)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき, 不等式  $2\sin \theta - 1 \leq 0$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ。

$0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ, 150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

(12) 半径が5の円に内接する正八角形の面積を求めよ。

$50\sqrt{2}$

(13)  $x, y$  は1971年~2020年までの5年分ずつのデータであり,  $x$  は佐賀市の平均気温 (5年分の平均, 単位 $^\circ$ ),  $y$  は台風の発生数 (5年分合計, 単位個) である。次の各問いに答えよ。

区間の最初の年	1971	1976	1981	1986	1991	1996	2001	2006	2011	2016
$x$ (5年平均)	16	16	16	16.4	16.5	16.8	16.9	17	16.8	17.5
$y$ (5年合計)	141	124	131	144	147	115	125	105	127	134

	平均値	中央値	四分位範囲	分散	標準偏差
$x$	(ア)	16.65	0.9	0.23	0.48
$y$	129.30	(イ)	(ウ)	153.81	12.40

$x$ と $y$ の共分散
-1.97

(i) 表の (ア) (イ) (ウ) に当てはまる数値を求め, 解答欄に記入せよ。

(ア)  (イ)  (ウ)

(ii) 下の①~④のうち正しいものを一つ選び, 番号を解答欄に記入せよ。

- ①  $x$  と  $y$  の相関係数は約  $-0.02$  であり, このデータでは相関がみられない。
- ②  $x$  と  $y$  の相関係数は約  $-0.33$  であり, このデータでは相関がみられない。
- ③  $x$  と  $y$  の相関係数は約  $0.63$  であり, このデータでは正の相関がみられる。
- ④  $x$  と  $y$  の相関係数は約  $-0.79$  であり, このデータでは負の相関がみられる。

②

受験番号			

2  $a$  を定数とする。2次関数  $f(x) = 2x^2 - 4(a-1)x + 3a^2 - 5a + 4$  について、次の各問いに答えよ。

- (1) 2次関数  $y = f(x)$  のグラフの最小値を  $m$  とするとき、 $m$  を  $a$  の式で表せ。
- (2) (1)のとき、 $m$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 2次関数  $y = f(x)$  が  $0 \leq x \leq 2$  のとき、最小値4となった。このときの  $a$  の値を求めよ。

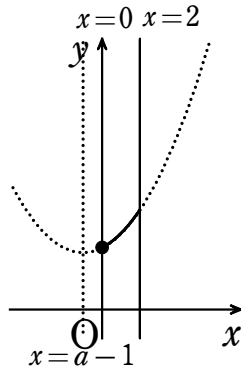
解答欄 (答えを求めるまでの過程も書く)

$$\begin{aligned}
 (1) \quad f(x) &= 2x^2 - 4(a-1)x + 3a^2 - 5a + 4 \\
 &= 2\{x^2 - 2(a-1)x\} + 3a^2 - 5a + 4 \\
 &= 2\{x - (a-1)\}^2 - (a-1)^2 + 3a^2 - 5a + 4 \\
 &= 2\{x - (a-1)\}^2 - 2(a-1)^2 + 3a^2 - 5a + 4 \\
 &= 2\{x - (a-1)\}^2 + a^2 - a + 2
 \end{aligned}$$

$y = f(x)$  は下に凸のグラフより、 $x = a-1$  のとき、最小値となる。最小値  $m = a^2 - a + 2$  ... (答)

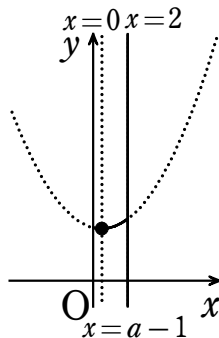
$$(2) \quad m = a^2 - a + 2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 2 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \text{ となるので, } m \geq \frac{7}{4} \text{ ... (答)}$$

(3) (i)  $a-1 < 0$  ( $a < 1$ ) のとき  $x=0$  のとき、最小値4となるので、 $f(0) = 3a^2 - 5a + 4$  より



$$\begin{aligned}
 3a^2 - 5a + 4 &= 4 \\
 3a^2 - 5a &= 0 \\
 a(3a - 5) &= 0 \\
 a &= 0, \frac{5}{3} \\
 a < 1 \text{ より } a &= 0
 \end{aligned}$$

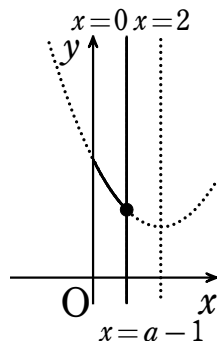
(ii)  $0 \leq a-1 < 2$  ( $1 \leq a < 3$ ) のとき  $x = a-1$  のとき、最小値4となるので、 $f(a-1) = a^2 - a + 2$  より



$$\begin{aligned}
 a^2 - a + 2 &= 4 \\
 a^2 - a - 2 &= 0 \\
 (a-2)(a+1) &= 0 \\
 a &= 2, -1 \\
 1 \leq a < 3 \text{ より } a &= 2
 \end{aligned}$$

(iii)  $2 \leq a-1$  ( $3 \leq a$ ) のとき

$x=2$  のとき、最小値4となるので、 $f(2) = 3a^2 - 13a + 20$  より



$$\begin{aligned}
 3a^2 - 13a + 20 &= 4 \\
 3a^2 - 13a + 16 &= 0 \\
 a &\text{ は解なし}
 \end{aligned}$$

(i) ~ (iii) より、 $a = 0, 2$  ... (答)

受験番号			

3  $\triangle ABC$ において、 $BC=2$  ,  $CA=3$  ,  $\cos \angle BCA = \frac{1}{4}$  である。次の各問いに答えよ。

- (1) 辺 $AB$ の長さを求めよ。
- (2)  $\sin \angle BCA$ の値および $\triangle ABC$ の外接円の半径 $R$ を求めよ。
- (3)  $\triangle ABC$ の外接円の中心を $O$ とする。直線 $BO$ と $\triangle ABC$ の外接円との交点のうち、 $B$ 以外の点を $D$ とすると、 $\triangle ABC$ と $\triangle BCD$ の面積比を最も簡単な整数比で表せ。

解答欄 (答えを求めるまでの過程も書く)

(1)  $\triangle ABC$ に余弦定理を適用して

$$AB^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \quad AB > 0 \text{ より}$$

$$= 10 \quad AB = \sqrt{10} \dots (\text{答})$$

(2)  $\sin \angle BCA > 0$ より

$$\sin \angle BCA = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BCA} \quad \text{正弦定理より}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} \quad \frac{AB}{\sin \angle BCA} = 2R$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{16}} \quad 2R = \frac{\sqrt{10}}{\frac{\sqrt{15}}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{4} \quad R = \frac{\sqrt{10}}{2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin \angle BCA = \frac{\sqrt{15}}{4} \dots (\text{答}) \quad R = \frac{2\sqrt{6}}{3} \dots (\text{答})$$

(3)  $\triangle BCD$ は直角三角形である。

また、斜辺 $BD$ は $\triangle ABC$ の外接円の直径である。

辺 $CD$ の長さを求めたい。

三平方の定理より

$$CD = \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{6}}{3}\right)^2 - 2^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

円周角は等しいから  $\angle BAC = \angle BDC$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot DC \cdot \sin \angle BDC \quad \text{であるから}$$

$$\triangle ABC : \triangle BCD = AB \cdot AC : BD \cdot DC = 3\sqrt{10} : \frac{4\sqrt{6}}{3} \times \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$= 3\sqrt{10} : \frac{8\sqrt{10}}{3} = 9 : 8 \dots (\text{答})$$

