

受験番号			

1 次の各問いに答えよ。ただし、解答欄に答えのみ書きなさい。

(1) $(a+b+c)(a-b+c)$ を展開せよ。

$$a^2 + 2ca + c^2 - b^2$$

(2) $x(a-2b) - y(2b-a)$ を因数分解せよ。

$$(x+y)(a-2b)$$

(3) $-1 < a < \frac{1}{2}$ のとき $\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{4a^2-4a+1}$ を計算せよ。

$$-a + 2$$

(4) 不等式 $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 > 0 \\ 3x^2 + 14x - 24 < 0 \end{cases}$ を解け。

$$-6 < x < -1$$

(5) x は実数とする。2つの集合 $A = \{x \mid x^2 + 2x - 5 > 0\}$, $B = \{x \mid |x - 2| \geq 5\}$ について、
 $\overline{A} \cap B = \{x \mid \text{ }\}$ である。   にあてはまる x の範囲を求めよ。

$$-1 - \sqrt{6} \leq x \leq 3$$

(6) x 軸と2点 $(-3, 0), (4, 0)$ で交わり、点 $(1, -6)$ を通る放物線をグラフとする2次関数を求めよ。

$$y = \frac{1}{2}(x+3)(x-4) \text{ または } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 6$$

(7) 2次不等式 $ax^2 + bx + 3 \geq 0$ の解が、 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ となるとき、定数 a, b の値を求めよ。

$$a = -2, \quad b = 5$$

受験番号			

(8) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, $2\cos^2\theta - 1 = 0$ を満たす θ の値を求めよ。

$\theta =$ 45 , 135°

(9) $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin^3\theta - \cos^3\theta$ の値を求めよ。ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

$\frac{11}{16}$

(10) 命題「 $x + y \neq 7$ または $x - y \neq 3$ ならば $x \neq 5$ または $y \neq 2$ 」の対偶を述べよ。また, もとの命題の真偽を答えよ。

対偶は	$x = 5$ かつ $y = 2$ ならば $x + y = 7$ かつ $x - y = 3$	真偽は	真
-----	---------------------------------------------------	-----	---

(11) 次の に「必要条件」が入るものを①~④の中からすべて選びなさい。

- ① $|x| < 1$ は, $x < 3$ であるための である。
- ② $x \neq 0$ は, $xy \neq 0$ であるための である。
- ③ 自然数 n において, n が2の倍数であることは, n が6の倍数であるための である。
- ④ $a < 0$ かつ $b < 0$ であることは, $a + b < 0$ であるための である。

②, ③

(12) 1辺の長さが2の正四面体ABCDの体積を求めよ。

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(13) 次のデータは, 高校1年生男子生徒10人の体重を計った記録である。

62, 64, 58, 60, 66, 64, 64, 56, 61, 65 (kg)

(i) 平均値と中央値を求めよ。

平均値	62	中央値	63
-----	----	-----	----

(ii) 四分位範囲と分散を求めよ。

四分位範囲	4	分散	9.4
-------	---	----	-----

受験番号			

2 a は定数とする。2次関数 $f(x) = x^2 + 2ax - 2a + 4$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) 2次関数 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に 1, y 軸方向に -4 だけ平行移動した後、 y 軸に関して対称移動したところ、 $y = x^2 - 8x - 19$ のグラフと重なった。このときの a の値を求めよ。
- (3) t を定数とする。2次関数 $y = f(x)$ について、 $a = -1$ のとき、 $t \leq x \leq t + 2$ における最小値を求めよ。

解答欄 (答えを求めるまでの過程も書く)

(1) $f(x) = x^2 + 2ax - 2a + 4$

$$= (x + a)^2 - a^2 - 2a + 4$$

$y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は $(-a, -a^2 - 2a + 4)$... 罫

(2) $y = f(x)$ のグラフを平行移動させると、 $y - (-4) = (x - 1)^2 + 2a(x - 1) - 2a + 4$ より、

$$y + 4 = (x^2 - 2x + 1) + 2ax - 2a - 2a + 4$$

$$y = x^2 + 2(a - 1)x - 4a + 1$$

y 軸に関して対称移動すると、 $y = (-x)^2 + 2(a - 1)(-x) - 4a + 1$

$$y = x^2 - 2(a - 1)x - 4a + 1$$

題意より、 $-2(a - 1) = -8$

$$a - 1 = 4 \quad a = 5 \quad \dots \text{罫}$$

(3) $a = -1$ より、 $f(x) = x^2 - 2x + 6 = (x - 1)^2 - 1 + 6 = (x - 1)^2 + 5$

(i) $1 < t$ のとき

$x = t$ のとき、最小値 $f(t) = t^2 - 2t + 6$

(ii) $t \leq 1 < t + 2$ すなわち $-1 < t \leq 1$ のとき

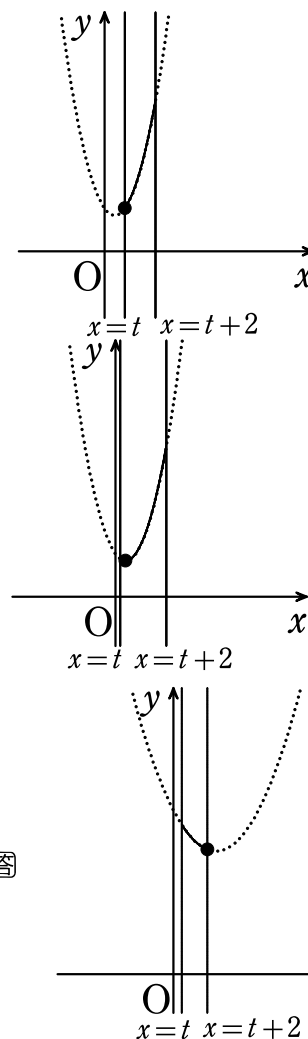
$x = 1$ のとき、最小値 $f(1) = 5$

(iii) $t + 2 \leq 1$ すなわち $t \leq -1$ のとき

$$\begin{aligned} x = t + 2 \text{ のとき、最小値 } f(t + 2) &= (t + 2)^2 - 2(t + 2) + 6 \\ &= (t^2 + 4t + 4) - 2t - 4 + 6 \\ &= t^2 + 2t + 6 \end{aligned}$$

(i)~(iii)より、

$$\begin{cases} 1 < t \text{ のとき} & x = t \text{ のとき 最小値 } t^2 - 2t + 6 \\ -1 < t \leq 1 \text{ のとき} & x = 1 \text{ のとき 最小値 } 5 \\ t \leq -1 \text{ のとき} & x = t + 2 \text{ のとき 最小値 } t^2 + 2t + 6 \end{cases} \dots \text{罫}$$



受験番号			

3 AB=2, BC=4, CA=3である△ABCについて、次の問いに答えよ。

- (1) $\cos A$ を求めよ。
- (2) △ABCの外接円の半径 R を求めよ。
- (3) △ABCの面積 S と内接円の半径 r を求めよ。
- (4) △ABCの外接円上に点 P をとり、4点 A, B, C, P を頂点とする四角形をつくる。この四角形の面積の最大値 T を求めよ。

解答欄 (答えを求めるまでの過程も書く)

(1) △ABCにおいて余弦定理より $\cos A = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{4}$ … 答

(2) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ より $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{4^2}$

$0^\circ \leq \angle A \leq 180^\circ$ より $\sin A \geq 0$ だから、 $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$

△ABCにおいて正弦定理より $\frac{BC}{\sin A} = 2R$

$$R = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{8\sqrt{15}}{15} \dots \text{答}$$

(3) $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$ … 答

また、 $S = \frac{1}{2} r (AB + BC + CA)$ より $\frac{1}{2} r (2 + 4 + 3) = \frac{3\sqrt{15}}{4}$

$$r = \frac{\sqrt{15}}{6} \dots \text{答}$$

- (4) 四角形ABPCの面積が最大となるのは△PBCがPB=PCの二等辺三角形になるときである。PB = x とおく。

△PBCにおいて余弦定理より

$$4^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \cos(180^\circ - A) \dots \text{①}$$

$$\cos(180^\circ - A) = -\cos A$$

$$= \frac{1}{4}$$

これを①に代入して整理すると $x^2 = \frac{32}{3}$

四角形ABPC = △ABC + △BPCより $T = \frac{3\sqrt{15}}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4}$

$$= \frac{25\sqrt{15}}{12} \dots \text{答}$$

