

--	--	--	--

1 次の各問いに答えよ。ただし、解答欄に答えのみを書きなさい。

(1) $(x-1)(x^2+x+1)$ を展開せよ。

$$x^3-1$$

(2) x^4-7x^2-18 を因数分解せよ。

$$(x+3)(x-3)(x^2+2)$$

(3) $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ のとき, x^2+y^2 の値を求めよ。

$$6$$

(4) 連立不等式 $\begin{cases} |x-1| < 4 \\ 2x-1 > 3 \end{cases}$ を解け。

$$2 < x < 5$$

(5) 循環小数 $0.\dot{2}\dot{4}$ を分数で表せ。

$$\frac{8}{33}$$

(6) 2次方程式 $x^2-2(m+2)x-m-2=0$ が重解をもつとき, 定数 m の値を求めよ。

$$m = -2, -3$$

(7) 2次関数 $y = x^2 + 6x + 5$ のグラフを x 軸方向に 3, y 軸方向に -2 だけ平行移動し, さらに x 軸に関して対称移動したグラフの式を求めよ。

$$y = -x^2 + 6$$

受験番号			

(8) 次の に「必要」「十分」「必要十分」のうち、最も適当なものを入れよ。

「正の数 x, y について、 $x > y$ は $x^2 > y^2$ であるための 条件である」

必要十分

(9) 命題「 $xy \neq 3$ ならば $x \neq 1$ または $y \neq 3$ 」の対偶を述べよ。また、もとの命題の真偽を答えよ。

対偶は

真偽は

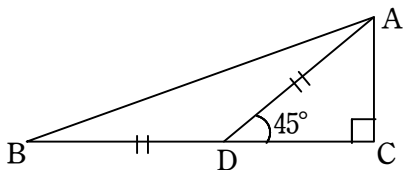
(10) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\tan^2 \theta = 1 + \frac{1}{\cos \theta}$ を満たす θ を求めよ。

$\theta = 60^\circ, 180^\circ$

(11) $\sin \theta - \cos \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$ の値を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

$-\frac{11}{16}$

(12) 下の図は、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC である。また、 $AD = BD$ 、 $\angle ADC = 45^\circ$ である。この図を利用して、 $\tan 22.5^\circ$ の値を求めよ。



$\sqrt{2} - 1$

(13) 次のデータは、10人の生徒に100点満点のテストを行ったときの得点の結果である。
78, 80, 80, 81, 86, 87, 89, 92, 93, 94 (点)

(i) 得点の平均値と四分位範囲を求めよ。 平均値 四分位範囲

(ii) 10人の生徒のうち、ある1人の生徒の答案には採点に誤りがあり、これを訂正すると得点の平均値が1点増えたが、中央値は訂正する前と同じであった。このとき、採点に誤りがあった生徒の訂正後の点数を答えよ。

受験番号			

2 a を定数とする。2次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 2a$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 2次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ における2次関数 $y = f(x)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ。
- (3) (2)のとき、 $m(a) = -4$ を満たす定数 a の値を求めよ。

解答欄 (答えを求めるまでの過程も書きなさい)

(1) $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 2a$
 $= (x-a)^2 - 2a$
 よって、 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は
 $(a, -2a)$ …ⓐ

(3) (i) $a < 0$ のとき

(i) $a < 0$ のとき

$m(a) = -4$ を解くと

$\Leftrightarrow a^2 - 2a = -4$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 4 = 0$

これを満たす実数 a は存在しない

(2) (i) $a < 0$ のとき

$m(a) = f(0) = a^2 - 2a$

(ii) $0 \leq a \leq 2$ のとき

$m(a) = f(a) = -2a$

(iii) $2 < a$ のとき

$m(a) = f(2) = a^2 - 6a + 4$

(ii) $0 \leq a \leq 2$ のとき

$m(a) = -4$

$\Leftrightarrow -2a = -4$

これを解いて、 $a = 2$

$0 \leq a \leq 2$ を満たす

よって、(i) ~ (iii)より

$$m(a) = \begin{cases} a < 0 \text{ のとき} & f(0) = a^2 - 2a \\ 0 \leq a \leq 2 \text{ のとき} & f(a) = -2a \\ 2 < a \text{ のとき} & f(2) = a^2 - 6a + 4 \end{cases} \dots \text{ⓐ}$$

(iii) $2 < a$ のとき

$m(a) = -4$

$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 4 = -4$

$\Leftrightarrow (a-2)(a-4) = 0$

これを解いて、 $a = 2, 4$

このうち $2 < a$ を満たすものは $a = 4$

以上 (i) ~ (iii) より、

求める定数 a の値は $a = 2, 4$

受験番号			

3 $\triangle ABC$ において、 $AB=5$, $BC=4$, $\angle ABC=60^\circ$ である。次の問いに答えよ。

- (1) 辺 CA の長さを求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。直線 BO と $\triangle ABC$ の外接円との交点のうち、 B 以外の点を D とする。このとき、 AD の長さを求めよ。
- (4) (3) のとき、点 D から辺 CA に下ろした垂線と辺 CA との交点を H とする。このとき、 DH の長さを求めよ。

解答欄 (答えを求めるまでの過程も書きなさい)

(1) $\triangle ABC$ において、余弦定理により

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$= 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 21$$

$$CA > 0 \text{ より、} CA = \sqrt{21}$$

(2) $\triangle ABC$ において正弦定理により、

$$\frac{CA}{\sin \angle ABC} = 2R$$

$$R = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{7}$$

(3) BD は円の直径になるから、 $\angle BAD=90^\circ$

$\triangle BAD$ において、三平方の定理により、

$$BD^2 = BA^2 + AD^2$$

$$(2\sqrt{7})^2 = 5^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 28 - 25$$

$$= 3$$

$$AD > 0 \text{ より、} AD = \sqrt{3}$$

(4) (3)と同様にして、 $\angle BCD=90^\circ$ であるから、

$\triangle BCD$ において、三平方の定理により、

$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$

$$(2\sqrt{7})^2 = 4^2 + CD^2$$

$$CD^2 = 28 - 16$$

$$= 12$$

$$CD > 0 \text{ より、} CD = 2\sqrt{3}$$

また、四角形 $ABCD$ は円に内接しているから

$\angle ADC=120^\circ$ である。

よって、

$$(\triangle ACD \text{の面積}) = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

また、 $(\triangle ACD \text{の面積}) = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot DH$ より

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{21} \cdot DH$$

これを解いて、 $DH = \frac{3\sqrt{7}}{7}$